

De la résolution du triangle sphérique de position par l'analemme à différents cadrans de hauteurs (2ème partie)*

par Yvon Massé

A la suite d'un premier article consacré entièrement à des aspects théoriques, nous aborderons, dans cet article et les suivants, des instruments de hauteur qui constituent une application directe des projections que nous avons établies. Ces instruments ont jalonné l'histoire de la gnomonique et nous profiterons de l'occasion qui nous est donnée pour présenter leur inventeur ou rappeler le contexte historique de leur invention.

La volvelle de P. Apian

Nous commencerons par un instrument qui découle directement de l'analemme tel qu'il nous vient de l'antiquité grecque. C'est toutefois au plein cœur de la renaissance, époque où l'imprimerie réveillait et rediffusait en Europe occidentale ce savoir endormi pendant des siècles, que nous extrairons cet instrument d'un ouvrage de Pierre Apian: *Cosmographicus liber*. Ce livre, imprimé pour la première fois en 1524, corrigé et complété ensuite par Gemma Frisius, sera un véritable best-seller de l'époque. Il sera traduit du latin en français, en allemand et en espagnol et il connaîtra au moins 44 rééditions jusqu'en 1609, toutes langues confondues. On peut trouver sur le site {1} l'histoire de cet ouvrage remarquable qui comporte 4 volvelles.

Composées d'un ou plusieurs disques mobiles, les volvelles sont des instruments de papier qui permettent de résoudre des problèmes de type astronomique. Celle qui nous intéresse, car elle permet entre autre de relever l'heure vraie au soleil, est représentée à la figure 1. Elle est composée, dans l'ordre de superposition des pièces de papier, de:

- (1) La page support sur laquelle est dessiné un demi-cercle gradué de 0° (en haut de la figure) à 90° (à gauche) pour l'élévation du pôle nord ou, ce qui correspond au même angle, la latitude du lieu. Le centre de ce demi-cercle sera l'axe de rotation des pièces (2) et (4) suivantes.
- (2) Un disque pivotant qui comporte des arcs horaires et des parallèles de déclinaison associés à un calendrier zodiacal. Un index correspondant au pôle nord permet d'orienter ce disque suivant l'élévation du pôle.
- (3) Une règle verticale collée aux extrémités sur la page support et à laquelle est fixé un fil à plomb. Le bord gauche de la règle matérialise l'horizon.
- (4) Un triangle rectangle pivotant auquel est fixé un second fil à plomb sur un des angles et une sorte de pinnule, faite par un petit morceau de papier collé et relevé, sur l'autre angle.

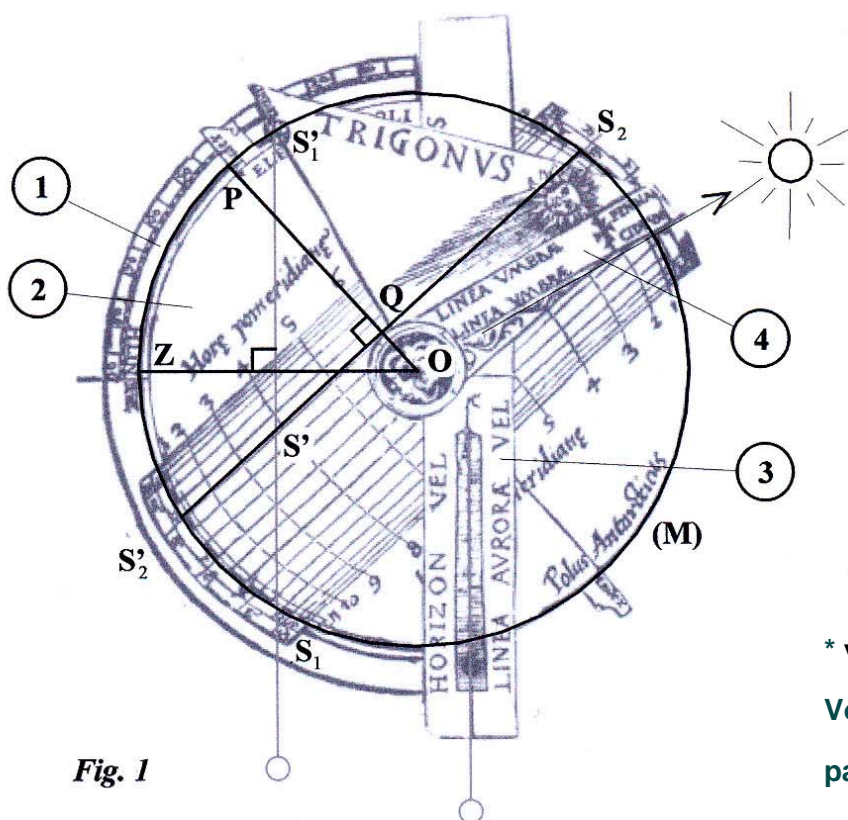


Fig. 1

Figure reconstituée à partir de reproductions de la *Cosmographie d'Apian* (édition française de 1581).

* voir *Le Gnomoniste*,

Volume XIII (4), décembre 2006, pages 10-14.

Pour obtenir l'heure à l'aide de cette volvelle il faut:

- Orienter le disque (2) pour la latitude du lieu d'utilisation en plaçant l'index sur la graduation correspondante du support (1).
- Orienter l'ensemble verticalement, dans la direction du soleil et de telle façon que le fil à plomb de la règle (3) recouvre bien la ligne centrale tracée sur celle-ci. On obtient ainsi sur la partie gauche de la volvelle une représentation de la sphère céleste tournée à 90° .
- Faire tourner le triangle (4) de façon à ce que l'ombre de la pinnule recouvre entièrement la bande "Linea umbrae". L'heure se lit alors à l'intersection du second fil à plomb et du parallèle associé à la déclinaison du soleil au jour de l'observation.

Dans le cas de la figure on se situe à la latitude de 42° nord un 20 avril alors que le soleil entre dans le signe du taureau (le parallèle qui nous intéresse est surchargé par le segment $S_2S'_2$). La hauteur relevée du soleil est de 30° au-dessus de l'horizon et la volvelle nous indique qu'il est, en temps vrai, soit environ 8 heures du matin soit 4 heures de l'après-midi.

On comprendra facilement le rôle du triangle rectangle dans cette dernière opération. Il permet de relever la hauteur du soleil et de la renvoyer dans la partie gauche de la volvelle où le second fil à plomb matérialise alors l'almucantarats du soleil. La surcharge de la figure 1 nous permet de retrouver les principales lignes de la figure I.2 (figure 2 du premier article). Les repères sont conservés pour que la comparaison

Les lecteurs qui souhaitent réaliser cet instrument peuvent télécharger sur le site [3] une reproduction de ses différentes parties provenant de la Cosmographie d'Apian. On peut aussi se reporter à l'ouvrage [3] qui donne de nombreux détails sur les différentes utilisations possibles de cette volvelle. Notons enfin qu'elle sera à l'origine d'astrolabes fabriqués par Egidius Coignet dans le courant du XVI^e siècle. L'astrolabe de Rojas reprendra aussi le même type de projection.

Le cadran de l'an 2000

C'est au cours de l'année 2000, dans une publication concernant 4 cadrans de hauteur universels [4], que je proposai le cadran qui suit et qui découle du précédent par une transformation que l'on retrouvera pour les cadrans suivants. Quand cette transformation peut être appliquée, elle permet ou de créer un nouveau type de cadrans ou d'associer 2 types de cadrans existants.

Dans la volvelle d'Apian le cercle (M) est fixe et, suivant le parallèle de déclinaison $S_2S'_2$ que l'on utilise, la graduation horaire se comprime plus ou moins tout en restant proportionnelle à la longueur du segment $S_2S'_2$. On peut cependant imaginer d'utiliser une graduation horaire constante à la condition de modifier en conséquence les proportions du reste du cadran, en l'occurrence le diamètre du cercle (M) et la distance de la graduation au centre O. Concernant la latitude, comme cet angle est pris autour du centre O, il n'y a pas de changement. Pour la lisibilité du cadran, la graduation horaire peut alors être reportée sur une seule réglette que l'on déplace en fonction de la déclinaison.

Le cadran de la figure 2 montre comment mettre en pratique cette transformation, il est constitué de:

- (1) Un bras de suspension sur lequel est fixé l'axe central de rotation O.
- (2) Un disque tournant avec frottement sur l'axe de rotation et comportant deux saignées parallèles.
- (3) Une réglette coulissante venant se loger dans les saignées précédentes de façon à pouvoir se déplacer sur le disque parallèlement à elle-même.
- (4) Un bras transversal tournant librement autour de l'axe de rotation O et comprenant à une extrémité un porte pinnules et à l'autre un contre poids. Ces deux accessoires peuvent se régler le long du bras transversal et se bloquer à l'aide de deux petites molettes.
- (5) Un fil à plomb fixé sur le porte pinnules au point S'_1 .

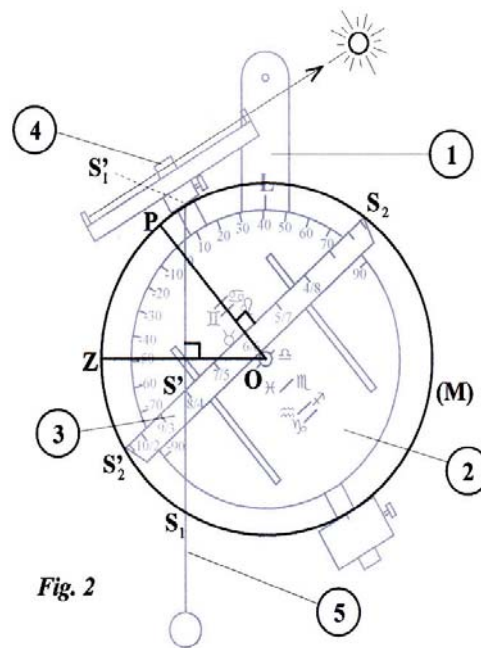


Fig. 2

Son mode d'emploi est le suivant:

- Régler la latitude du lieu en faisant tourner le disque (2) devant le repère L du bras de suspension (1).
- Déplacer la réglette (3), guidée par les deux saignées du disque, sur la déclinaison du soleil au jour de l'observation.
- En faisant tourner le bras transversal (4), approcher le point de suspension du fil à plomb S'_1 de l'extrémité S_2 ou S'_2 de la réglette. Desserrer la molette de réglage et, en faisant glisser le point de suspension le long du bras, l'ajuster pour qu'il effleure l'extrémité de la réglette puis resserrer la molette.
- Procéder de la même façon avec le contrepoids.
- Suspendre l'instrument par le trou du bras de suspension et diriger les pinnules dans l'alignement du soleil de façon que le fil à plomb (5) pende du côté gauche du cadran.
- Lire l'heure indiquée par le fil sur la réglette.

On retrouvera aisément la correspondance des éléments de ce cadran avec le précédent, ceci d'autant plus facilement que les angles utilisés pour les figures sont identiques. On pourra également noter que la graduation en latitude comprend ici les deux hémisphères, ce qui aurait pu aussi être mis en place sur la volvelle d'Apian en graduant la partie haut / droite du support pour les latitudes de l'hémisphère sud. La volvelle aurait ainsi gagné en universalité.

Le cadran particulier de J. H. Lambert

Johann Heinrich (Jean Henri) Lambert est né en 1728 à Mulhouse qui faisait alors partie de la Suisse. Il est mort en 1777 vraisemblablement d'une tuberculose. Véritable autodidacte, ce fut un grand savant universel du siècle des lumières. Parmi les nombreux ouvrages qu'il a publiés, nous

retiendrons "Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung" (mémoire pour servir à l'usage et à l'application des mathématiques) en 3 volumes publiés à Berlin de 1765 à 1772. Ces recueils sont remarquables à plus d'un titre et on trouve notamment dans le volume 2 la description d'instruments originaux de gnomonique qui n'ont peut-être, malheureusement, jamais été réalisés.

A la même époque, en France, après plus de 20 années de travail, s'achevait l'impression de l'Encyclopédie Diderot et d'Alembert (17 volumes de texte et 11 volumes de planche). Son succès commercial fut si important qu'il suscita l'intérêt de différents entrepreneurs, ils avaient alors pour choix soit de la compléter, soit d'en faire une contrefaçon, soit encore de la refondre entièrement (voir le site {5}). Ces 3 voies furent explorées durant la fin du XVIII^e siècle. C'est en optant pour la première que l'éditeur Jean Baptiste Robinet s'entoura de collaborateurs parmi lesquels se trouvait Jean François de Castellion. D'origine italienne, ce professeur de mathématique de Berlin avait déjà traduit des ouvrages en français et connaissait J. H. Lambert. Aussi c'est tout naturellement qu'il transposa à l'article "Cadran solaire" du Supplément à l'Encyclopédie (4 volumes de texte et 1 volume de planche, publiés de 1776 à 1777) la matière concernant la gnomonique et provenant de l'ouvrage de J. H. Lambert.

C'est donc des planches du Supplément que nous extrairons, à la figure 3, le cadran particulier de J. H. Lambert. Il comprend:

- (1) Un secteur comportant dans sa partie circulaire une échelle des signes et la graduation horaire sur une réglette rectiligne.
- (2) Un bras en forme de T articulé autour du centre O du secteur.
- (3) Un fil à plomb suspendu au point Z'_2 du bras articulé.

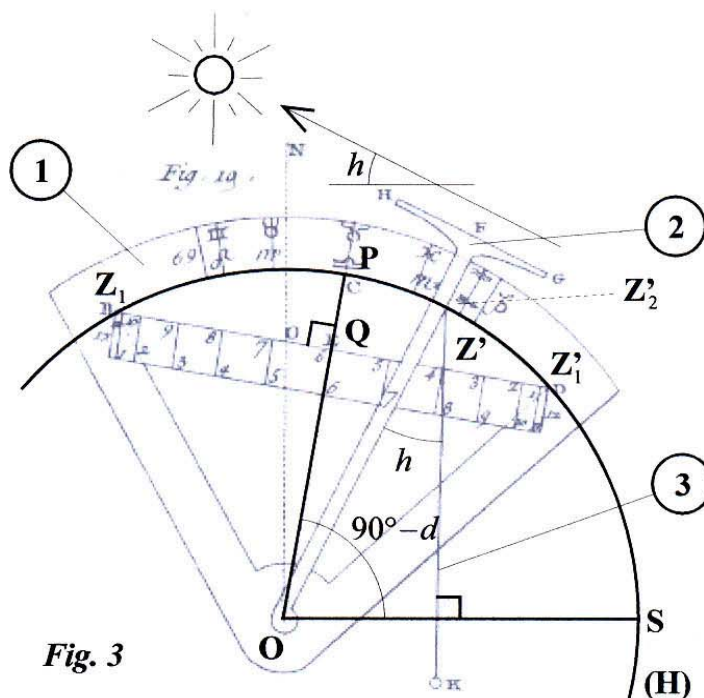


Figure extraite du Supplément au dictionnaire des sciences, des arts et des métiers. Planche 4 de Gnomonique, figure 19.

Fig. 3

Tel qu'il est représenté, cet instrument ne peut pas être utilisé dans les meilleures conditions. Il lui manque ou un système de suspension ou un support pour maintenir le secteur (1) dans la position appropriée par rapport à la verticale et définie dans l'utilisation qui suit.

- Placer le bras articulé (2) de façon à placer le point Z'_2 sur le signe où le soleil se situe au jour de l'observation.
- Sans modifier la position du bras par rapport au secteur, placer ce dernier dans le vertical du soleil et de telle façon que le fil à plomb (3) passe par le centre de rotation O.
- Sans modifier la position du secteur, orienter le bras pour que le soleil se trouve dans l'alignement de sa barre supérieure et que le fil à plomb pende du côté droit du cadran.
- Lire l'heure à l'intersection du bord supérieure de la réglette et du fil. Les heures du matin sont inscrites en bas de la réglette, celles de l'après midi sont en haut.

La figure 3 représente un cadran conçu pour une latitude de 52° et réglé pour une observation au environ du 14 avril (le soleil est dans le bélier avec une déclinaison de $9,5^\circ$). La hauteur mesurée du soleil est de 26° au-dessus de l'horizon ce qui conduit à lire l'heure vraie d'environ 8 heures du matin ou 4 heures de l'après midi.

Le principe de cet instrument repose sur la figure I.4 en imaginant que l'on maintienne à l'horizontale le rayon OS de cette dernière. La verticale, matérialisée par le fil à plomb, devient alors la corde $Z_2Z'_2$. Son intersection avec la réglette horaire, qui par sa position correspond à la corde $Z_1Z'_1$, donne ainsi l'heure vraie.

Le cadran universel de J. H. Lambert

A la suite de son cadran particulier, J. H. Lambert en proposa une universalisation qui utilise une échelle horaire de longueur constante. C'est de son œuvre originale que nous tirons, figure 4, la représentation de cet instrument. Cette gravure est en effet correctement proportionnée contrairement à la copie qui en a été faite dans le Supplément.

L'instrument est composé de:

- (1) Un châssis rectangulaire dont le petit coté supérieure, de forme arrondie, comporte un calendrier zodiacal. Les grands cotés latéraux sont gradués en latitude et forment une glissière pour la pièce suivante. Au centre du petit coté inférieur se trouve l'axe de rotation O.
- (2) Une réglette, guidée en translation dans le châssis, qui comporte la graduation horaire.
- (3) Un bras articulé autour du centre O en forme de T dont la jambe est graduée en latitude.
- (4) Un fil à plomb dont le point de suspension est réglable le long de la jambe du bras articulé.

L'utilisation de ce cadran est identique à celle du précédent après que l'instrument soit configuré pour la latitude du lieu d'utilisation. Cette configuration s'effectue de la façon suivante:

- Dans le châssis (1), déplacer la réglette horaire (2) jusqu'à ce que son bord supérieur corresponde, tant sur le montant droit que gauche, à la latitude du lieu.
- Déplacer le point de suspension du fil à plomb (4) le long de la jambe du bras articulé (3) jusqu'à la graduation correspondante au lieu d'utilisation.

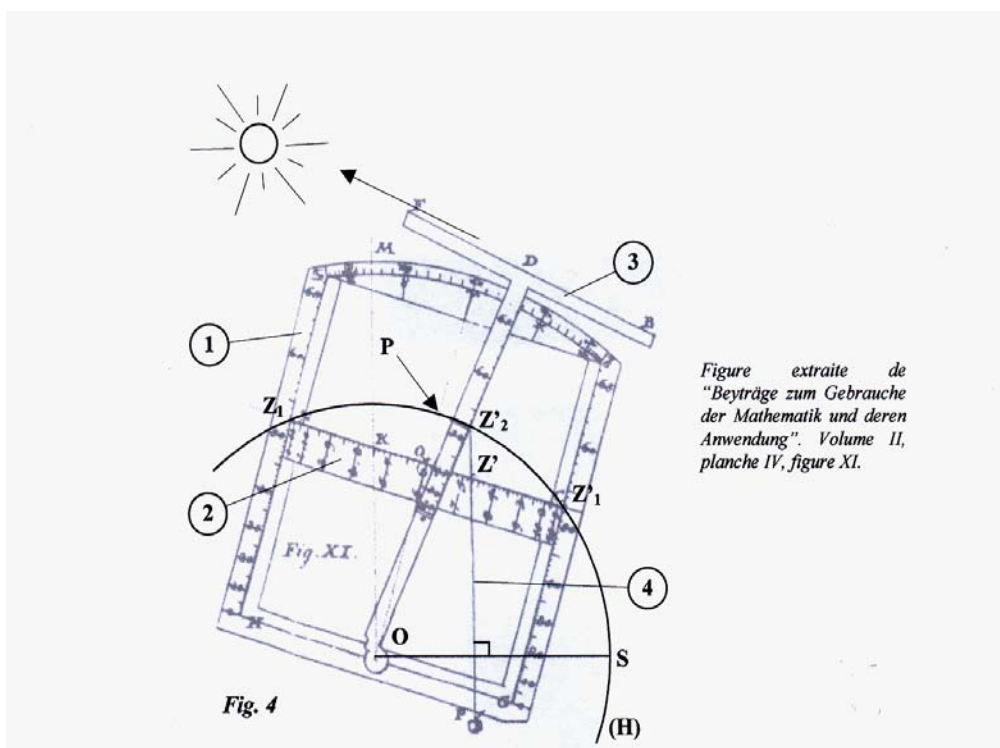


Figure extraite de "Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung". Volume II, planche IV, figure XI.

Par construction, les points Z_1 , Z'_1 et Z'_2 de la figure se retrouvent ainsi sur un cercle (H) centré sur le point O et la figure I.4 transparaît de nouveau démontrant ainsi la validité du principe de cet instrument.

Le cadran de M. Eble

Michael Eble est né en 1810 à Weil der Stadt, près de Stuttgart dans l'actuelle Allemagne. Fils de fermier tisserand, il fit des études de théologie catholique à l'université de Tübingen où il s'intéressa aux mathématiques et à l'astronomie. Il débuta en 1840 comme enseignant à Schramberg puis, à partir de 1845,

il enseigna au collège d'Ellwangen jusqu'à sa retraite en 1876. C'est pour compléter son maigre salaire qu'il imagina et breveta des instruments de mesures astronomiques. Ce fut d'abord en 1852 un sextant solaire d'une construction nouvelle avec des procédures et un graphique pour faciliter les calculs. Puis en 1860, en s'inspirant du cadran de Lambert que nous avons vu précédemment, un cadran solaire de hauteur qu'il appela "Horoscop" ou "Horoskop" et qu'il breveta aussi aux USA en 1863. Ses instruments étaient faits en bois et étaient d'un coût modéré, c'est pourquoi ils ont maintenant presque tous disparu. Les seuls exemplaires connus se trouvent dans les collections de l'ancien observatoire de Zurich qui m'a gracieusement autorisé à reproduire les photographies suivantes présentées sur son site {6}.

Le cadran de M. Eble comporte:

- (1) Un pied support qui fournit un axe de rotation avec blocage, par un système de vis écrou, pour la pièce suivante.
- (2) Une pièce en forme de T comportant à son pied l'axe de rotation O pour la pièce suivante et en guise de barre une tablette comportant 3 types de graduation (photo 2):
 - (a) En haut la distance polaire du soleil ou le complément de sa déclinaison.
 - (b) Aux extrémités l'élévation du pôle ou la latitude du lieu.
 - (c) Sur la majeure partie de la tablette un réseau de portions d'ellipses auquel est associée la graduation horaire.

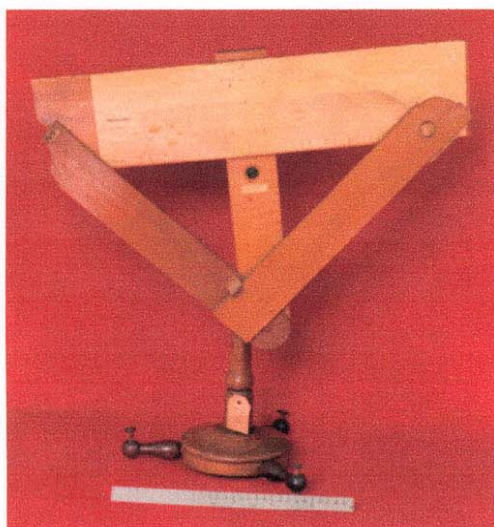


Photo 1

- (3) Une pièce en forme de L comportant en haut et en bas de la jambe des pinnules pour la visée du soleil.
- (4) Un fil à plomb fixé à l'extrémité Z'_2 de la base du L.

Le cadran de Eble s'utilise de la façon suivante:

- Sur la tablette de la pièce en T (2), repérer sur les deux échelles (a) la latitude du lieu de l'observation et relier les graduations correspondantes par un trait rectiligne (surcharge $Z_1Z'_1$ de la figure).
- Mettre en station l'instrument sur une surface à peu près horizontale et de telle manière que les pièces en L (3) et en T soient dans le plan vertical contenant le soleil. Pour le vérifier, on peut utiliser le fil à plomb (4) et s'assurer que l'ombre portée de l'instrument soit la plus étroite possible.
- Orienter la pièce en T de façon que la distance polaire du soleil au jour de l'observation sur l'échelle (b) se trouve à l'aplomb du centre de rotation O. On peut utiliser à cette fin le fil à plomb. Bloquer la pièce en T sur le pied support (1) dans cette position.
- Tourner la pièce en L pour mettre les pinnules dans l'alignement du soleil. L'heure vraie se lit alors sur la graduation (c) à l'intersection du fil à plomb et de la ligne tracée précédemment.

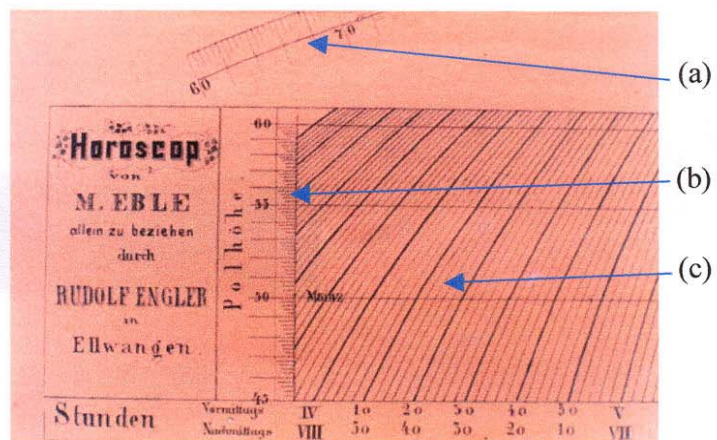


Photo 2

Figure extraite du brevet américain déposé par M. Eble.

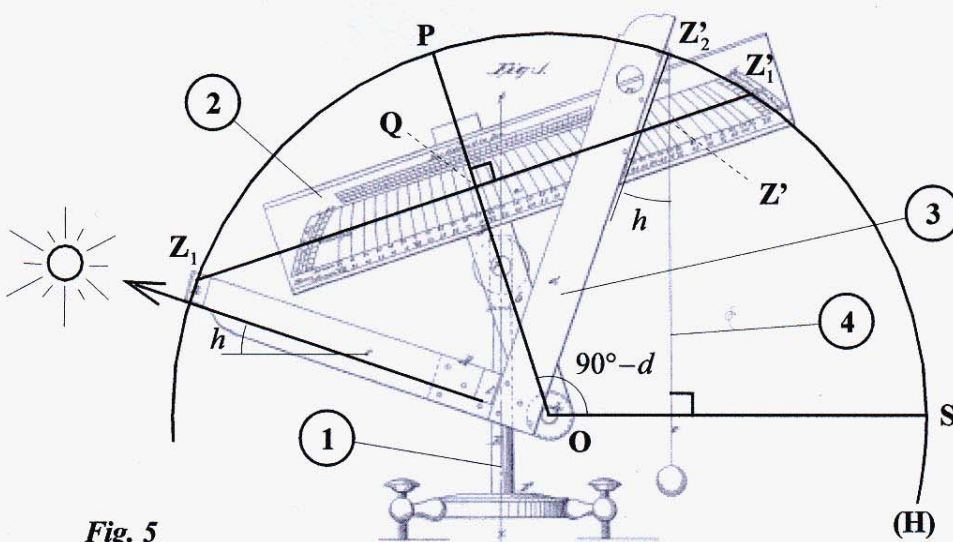


Fig. 5

Le lecteur aura compris que c'est la même transformation qui associe la volvelle d'Apian au cadran de l'an 2000 et l'universel de Lambert à l'Horoskop d'Eble. On comprendra aussi que si l'on souhaite faire fonctionner l'universel de Lambert sous les deux hémisphères il faut modifier le châssis pour que la réglette horaire puisse passer sous le centre de rotation dans le cas des latitudes boréales. Le bras articulé ne demande, quant à lui, aucune modification car sa graduation servira pour les deux hémisphères. Cette universalisation appliquée au cadran de Eble conduirait à remplir entièrement le cercle (H) des graduations horaires ou, du moins, les 2/3 de la partie droite de ce cercle car la partie gauche correspond aux heures de la nuit.

Je tiens ici à remercier tout particulièrement Mr Armin Zenner pour les documents et informations qu'il m'a généreusement fait parvenir, notamment la biographie de M. Eble qui lui est entièrement redevable. Enfin je lui exprime toute ma gratitude pour la relecture avisée des textes que je lui ai soumis.

Dans le prochain article nous aborderons les cadrans à ligne horaires rectilignes. Bien que l'origine de ce type de cadran soit toujours restée mystérieuse et que leur théorie ait toujours suscité l'admiration, nous verrons que l'on peut faire découler naturellement leur principe des figures du premier article que nous avons exploitées ici.

Bibliographie:

- [1] P. APIAN: *Cosmographicus liber*. 1524.
- [2] A. ZENNER: *Deutsche Gesellschaft für Chronometrie*. Volume 39. Über das Analemma. 2000.
- [3] Sous la direction de E. HEBERT. *Instruments scientifiques à travers l'histoire*. Ellipse. 2004.
- [4] J.H. LAMBERT: *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung*. Volume 2. Berlin. 1770.
- [5] *Encyclopédie DIDEROT et d'ALEMBERT*. Supplément au dictionnaire des sciences, des arts et des métiers. Cadran solaire. 1776-1777.
- [6] M. EBLE: *Improvement in horoscopes*. Specification forming part of Letters Patent n° 39860. Septembre 1863.
- [7] F. W. SAWYER: *Eble's Horoscope*. The Compendium. Vol. 9 N. 4. Decembre 2002.

Sites internet:

- {1} La Cosmographie de Pierre Apian (édition française de 1544): <http://gallica.bnf.fr/document?O=N052680>
- {2} *Cosmographia: a close encounter*: <http://www.mhs.ox.ac.uk/students/98to99/>
- {3} *Volvelles d'Apian à reconstituer*: <http://assprouen.free.fr/volvelles/jeuvolv.htm>
- {4} *De l'astrolabe de Roias à quatre cadrans universels de hauteur*: <http://perso.wanadoo.fr/ymasse/gnomon/cadhaut.htm>
- {5} *Les autres éditions de l'Encyclopédie*: <http://www.lib.uchicago.edu/efts/ARTFL/projects/encyc/texts/editions.html>
- {6} *Horoskop d'Eble à l'ancien observatoire de Zurich*: <http://www.kgs.ethz.ch/sternwarte/www/detail.asp?id=KGS-164-0>